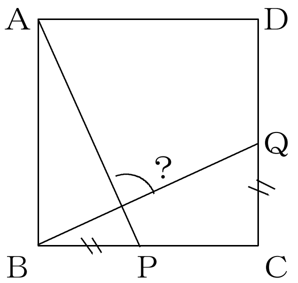
２年４章　平行と合同　「証明の必要性」　～帰納と演繹～

１ 問題と問題の意図

＜問題＞

正方形ＡＢＣＤで，辺ＢＣ，ＣＤ上にＢＰ＝ＣＱとなるように点Ｐ，Ｑをとる。

このとき，ＡＰとＢＱは何度で交わっているか。



この問題を「学級全員それぞれが図をかいて90°になることを確認したので90°であることが証明された」と考えた。正しいだろうか。

＜問題の意図＞

対頂角の性質や三角形の内角の和などで帰納と演繹の違いを確認し，証明の必要性と意味について学習している。しかし，諸調査の結果は芳しくない*。

そこで，証明のしくみを学習した後に本問題を通して，実測から予想したことを証明する必要性について再度学習し，理解を深めるようにした。

２ 本時の目標

帰納と演繹の役割と違いについて理解し,証明の必要性について理解を深める。

３ 授業の流れ

(1) 正方形ＡＢＣＤをノートにかかせ，辺の長さと角の大きさがすべて等しいことを確認する。次に，ＢＰ＝ＣＱになるように点Ｐ，点Ｑをとらせる。

「ＡＰとＢＱは何度で交わっているだろうか」と問うと，多くの生徒が90°と答える。そこで,「本当に90°？」と問い返し，分度器や三角定規の角で実測させる。教室のあちこちから「やっぱり90°になる」という声が聞こえる。学級全員の図すべてが90°になることを確認すると驚きの声があがる。

ここで,「学級のみんながかいた図すべてを実測して90°になることを確認したので証明された」「正しい？？」と板書し，問題を提示する。

(2) すぐに予想させると多くの生徒が「正しくない」と答える。そこで,「正しくないと考える理由は？」と板書し，理由をノートに書かせる。

机間指導の中で生徒の考えを把握すると大きく２つに分かれている。

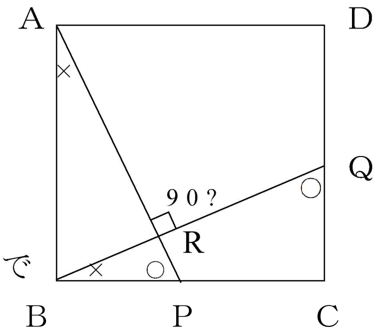
その１）実測だと正確かどうか分からない。ずれがあるかもしれない。

その２）他の場合ではどうかわからない。すべての正方形やＢＰ（ＣＱ）をいろいろな長さにして確かめたわけではない。

最初に，その１の考え方を発表させる。同じ考えの生徒を挙手させ，実測では正確に90°になるかわからないことを認め,「正確に測ることができたら証明されたことになるか」とさらに問う。「正確に測ることができても，正しい

と証明されたとはいえない」という発言を取り上げ，その理由を考えさせる。
少し時間を与え，その２の考えを発表させる。問題の条件に合うすべての場合を確かめたことにはならないことに気づかせ，実測ではすべての場合を調べ尽くすことはできないことを確認する。

(3) 「90°になることを証明しよう」と板書し，仮定（図からすでにわかっていること）として，「正方形」「ＡＢ＝ＢＣ＝ＣＤ＝ＤＥ」「∠Ａ＝∠Ｂ＝∠Ｃ＝∠Ｄ」「ＢＰ＝ＣＱ」を発表させる。「他に気づくことはないか」と問い「△ＡＢＰ≡△ＢＣＱ」という発言を取り上げ，合同の証明を全員で確認していく。



証明）△ＡＢＰと△ＢＣＱで

ＡＢ＝ＢＣ　・・・①

∠Ｂ＝∠Ｃ　・・・②

ＢＰ＝ＣＱ　・・・③

①～③より

２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

△ＡＢＰ≡△ＢＣＱ

ここで，「△ＡＢＰ≡△ＢＣＱからいえることは何だろうか」と問うと，「対応する辺や角が等しい」と答えるので，等しい角を確認し，図にかき込ませる。
少し時間を与えると図から90°になることに気づく生徒が出てくるので，全体に説明させる。本格的な証明の学習はこれからなので，証明の書き方にこだわらない。○や×を用いて三角形の外角の定理から∠ＡＲＢ＝○＋×＝90°になることを多くの生徒が納得できることを目指す。

(4) まとめとして，帰納的な推論と演繹的な推論について説明する。

帰納的な考え～いくつかの具体的な事柄から，一般的な法則や性質を導き出すこと ※すべてを調べ尽くせないので（反例が出る可能性がある），必ず正しいとは言い切れない。 演繹的な考え～すでに知られている事柄（仮定を含む）に基づいて考えを進め，結論を導き出すこと ※証明は，（帰納的な考えに対して）演繹的な考えにもとづく。

小学校では帰納的な考えで説明していたが，帰納的な考えにはよさ（役割）とともに限界があるので，中学校では演繹的な考えで「証明」をしていくことを伝え，これからの学習に意欲をもたせる。

文責　中本　厚（旭川市立神楽中学校）2018. 11

＊平成21，27，30年度の全国学力・学習状況調査 中学数学Ａ$\boxed{8}$の正答率は
それぞれ29.7％，26.4％，46.1％