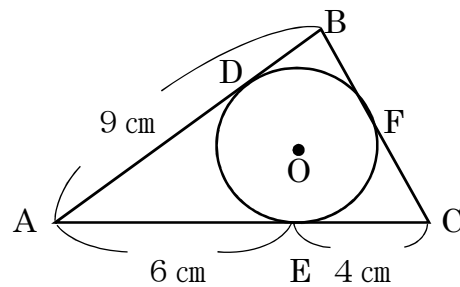


3年6章 円 「円の定理の活用」 ～円の接線～

1 問題と問題の意図

<問題>

線分 AB, AC, BC はそれぞれ点 D, E, F を接点とする円 O の接線である。このとき線分 BC の長さは何 cm だろうか。



<問題の意図>

この問題は、すぐにできそうに感じるが、円外の1点からひいた2本の接線の長さが等しいことがわからなければ解けない問題である。しかし、直観的に同じ長さになりそうな線分を見つけていくことで、答えを見つけることができる。その上で、それがどうしてなのかを証明する必要感をもたせたい。さらに、この性質を問題解決に活用できるようにしたい。

2 本時の目標

円外の1点からその円にひいた2本の接線の長さが等しいことを理解する。

3 授業の流れ

(1) 円 O をかき、円外の点 A から円 O に2本の接線をひく。さらに3本目の接線をひいて、接線どうしの交点を B, C とし、接点を D, E, F とする。この段階では円外の点から接線を作図する学習をしていないが、正しくひけているとして問題を提示する。なおその中で、円の接線は接点を通る半径に垂直であることを確認しておく。

BC の長さを予想させると、次のような意見が出る。

・ 6 cm ・ 7 cm ・ 8 cm

(2) 問題に取り組みさせるが、なかなか答にはたどり着かない。等しい長さになりそうな線分に気づく生徒がでてくるので、一度中断し、等しい長さになりそうな線分について問いかけると、次のような意見が出る。

・ $AD=AE$ ・ $BD=BF$ ・ $CE=CF$ ・ $DO=EO=FO$

(3) $DO=EO=FO$ については、円の半径なので等しいことを確認し、「他の3つについては本当に等しいのか？」と問い返し、その中の $AD=AE$ を証明することを課題とする。

(4) 図の必要な部分を抜き出し、 $AD=AE$ を証明するには何がいえればよいかを問うと、次のような意見が出る。

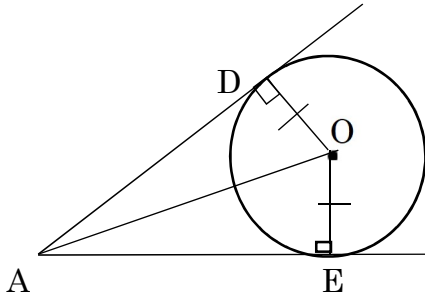
① $\triangle ADE$ が二等辺三角形になる。($\angle ADE = \angle AED$)

② 三角形の合同 ($\triangle ADO \equiv \triangle AEO$)

今回は②の三角形の合同を使って証明することを確認し取り組みさせる。②の

証明を終えた生徒には、①に取り組みさせてもよい。

②の証明



$\triangle ADO$ と $\triangle AEO$ において、
 AO は共通、 $DO=EO$ (円の半径)
 円の接線は、接点を通る半径と垂直なので、
 $\angle ADO = \angle AEO = 90^\circ$
 直角三角形で斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しいので、 $\triangle ADO \cong \triangle AEO$
 したがって $AD=AE$

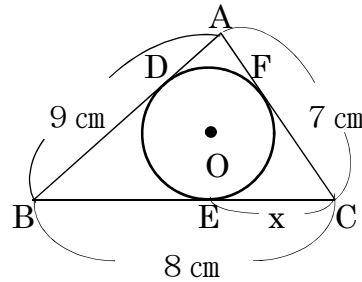
(5) 生徒の発表をもとに、②の証明を確認する。同様に $BD=BF$, $CE=CF$ もいえることを確認し、その後、円の接線の長さの性質についてまとめる。

その後、まとめた性質をもとに最初の<問題>にもう一度戻り取り寄せ、 $BC=7\text{ cm}$ であることを確認する。

(6) 次のような練習問題を提示する。

<練習問題>

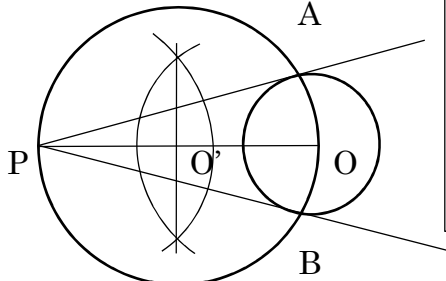
線分 AB , AC , BC は円 O の接線
 のとき、線分 EC の長さは何 cm だろうか。



(7) $EC=x\text{ cm}$ とする。円の接線の長さの性質から、図の中で等しい長さになる線分を考えさせ、問題に取り組みさせる。

(8) 生徒とやり取りしながら解答を行う。 $AB = (8-x) + (7-x) = 9$ より、 $EC = 3\text{ cm}$ であることを確認する。

(9) 今日の問題は正しく接線がひけているとして進めてきたが、正しく接線を作図する方法があることを伝え、教科書を開いて説明する。作図には円周角の定理が活用されていることを確認し、実際に次のように作図させる。



- ① 線分 PO の中点 O' をとる。
- ② O' を中心として、線分 OO' を半径とする円をかき、円 O との交点を A , B とする。
- ③ 直線 PA , PB をひく。

(10) 教科書で接線の長さの性質について再確認する。