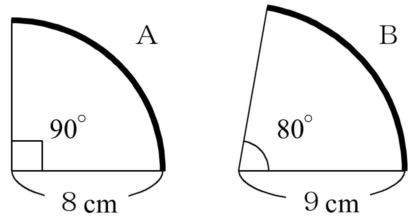
１年　５章　平面図形　「おうぎ形の弧の長さと面積」

１　問題と問題の意図

＜問題＞

　右の２つのおうぎ形の弧は，
どちらが長いだろうか？



＜問題の意図＞

　２つのおうぎ形を比べる問題は多くの授業例で見られる。本問題では３つ目のおうぎ形Ｃも含めて，中心角と半径の数値を工夫し関連を持たせることで生徒の関心を高めながら弧の長さと面積の求め方を考えられるようにした。

２　本時の目標

　おうぎ形の弧の長さと面積の求め方を理解する。

３　本時の流れ

(1) おうぎ形Ａの図を板書した後に，おうぎ形Ａとの違いを説明しながら
　おうぎ形Ｂの図を板書して，問題を提示する。

(2) 予想させると，「Ａの方が長い」「Ｂの方が長い」のほかに，「同じ」という
　予想も多い。そこで，「それぞれの弧の長さを求める」ことを課題とする。

(3) 途中で（円周$\ell = 2\pi r$）を確認しながら少し時間を与えて取り組ませる。
　　四分円のおうぎ形Ａが求めやすいので，まずはＡの求め方で多い順に発表させる。

＜おうぎ形Ａの弧の長さ＞

・ $16\pi \div 4 = 4\pi$ (㎝)　　　・・・四等分という考え方が約半数

・ $16\pi \times \dfrac{1}{4} = 4\pi$ (㎝)

・ $16\pi \times \dfrac{90}{360} = 4\pi$ (㎝)

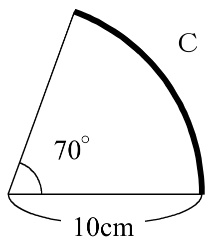
＜おうぎ形Ｂの弧の長さ＞

・ $18\pi \div 4.5 = 4\pi$ (㎝)

・ $18\pi \times \dfrac{80}{360} = 4\pi$ (㎝)

(4) 弧の長さが同じになることを確認した後，
　右のような＜問題＞を提示する。
　　すぐに予想させると，予想が分かれるが
　「同じでない」がやや多くなる。

＜問題＞
弧の長さは
同じだろ
うか？



(5) 元になる円を何等分かするという考え方では求められないことから，多くの生徒が次のような式で求めようとする。

$$20\pi \times \frac{70}{360} = \frac{38}{9}\pi \text{ (cm)}$$

約 4.2 π（cm）で，おうぎ形Ｃの弧が長いことが分かる。

(6) このあたりで次のような事柄に気付いたり，つぶやいたりする生徒が出てくることがある。

・おうぎ形Ａ，Ｂでは，半径×中心角＝720 になっている
・おうぎ形Ａ，Ｂでは，半径と中心角が反比例している
・おうぎ形Ｃの中心角が72°ならば，弧の長さが同じ

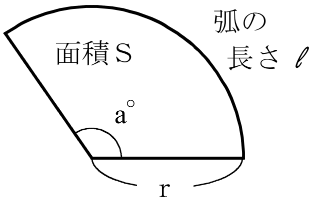
このような意見が出てきた場合，気付いたことを褒めながらも簡単に取り上げる程度に留め，授業の最後に再度取り上げるようにする。

(7) 次に「おうぎ形Ａとおうぎ形Ｂは面積も同じか」と問いかけ，問題文を板書する。予想させると，「同じ」と「違う」に分かれる。そこで，面積を求めることを課題として取り組ませる。

この段階で多くの生徒が，おうぎ形の面積を（元になる円の面積）$\times \frac{\text{中心角}}{360}$ という式で求めるように自然になっている。

おうぎ形Ａの面積　$64\pi \times \frac{90}{360} = 16\pi$（cm²）
おうぎ形Ｂの面積　$81\pi \times \frac{80}{360} = 18\pi$（cm²）

(8) おうぎ形Ｂの面積の方が大きいことを確認して，次のような公式としてまとめる。



$$\ell = 2\pi r \times \frac{a}{360}$$

$$S = \pi r^2 \times \frac{a}{360}$$

弧の長さの公式の形から，半径ｒが一定のとき弧の長さℓは中心角ａに比例していることが分かる。また，式を次のように変形すると，弧の長さℓが一定のとき半径ｒと中心角ａの積が一定の値になることから，反比例していることが分かる。(7)の「半径と中心角が反比例」について，前章「比例と反比例」の学習内容を振り返って説明するとよい。

$$r \times a = \frac{360\ell}{2\pi} \qquad (\ell\text{は一定})$$

(9) 教科書で公式を再度確認して，類題で練習する。

文責　岡田哲（旭川市立緑が丘中学校）2017.12