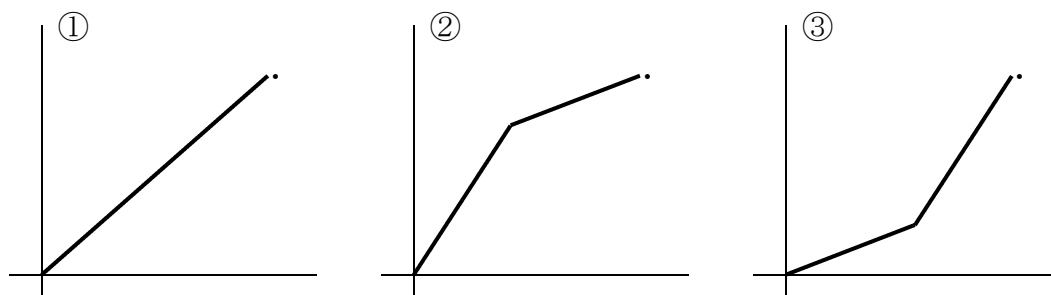
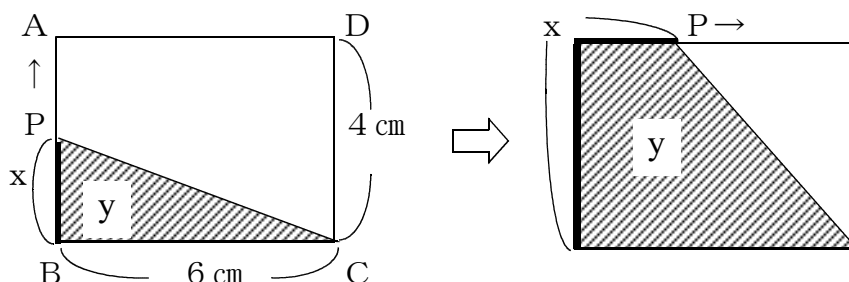


2年3章 1次関数 「1次関数と図形（動点問題）」

1 問題と問題の意図

<問題>

下の図のように、点Pは長方形の辺上をB→A→Dのように動いていく。
点PがBからx cm動いたときの斜線部の面積をy cm²として、斜線部の面積の変化のようすを表したグラフは①～③のどれだろうか。



<問題の意図>

動点と面積の問題は、図形の変化のようすを関数の視点でとらえ、既習内容を総合的に利用して数学的に解析することができる「よい問題」であるが、授業では教師の説明が多くなりがちである。そこで、生徒が自ら考えたいくなるような問題を工夫するとともに、場合分けをして式で表す必要性を理解できるようにした。

2 本時の目標

比例や1次関数などの既習内容を利用して、問題を解決することができる。

3 本時の流れ

- (1) ディスプレイで、点の動きにつれて斜線部が増加していく簡易動画*¹を2～3回見せる。「点は下から上へ、それから右へと動いていく。このとき斜線部の面積はどうなっているか」と問うと全員が「増えていく」と答える。
- (2) 続けてディスプレイに問題を提示して説明する。ただし、問題文と図だけ示して*²、①～③のグラフは板書する。はじめにグラフの始点と終点を確認して、①から順にそれぞれのグラフの特徴を説明しながら板書していく。生徒には①～③のグラフが記してある問題のプリントとグラフ用紙を配布する。
- (3) 時間をおかずに予想させると、3つに分かれるだろう。そこで、どのように

調べたらよいかと発問すると、「表をつくる」「(yをxの)式で表す」といった声上がるので、「表や式を使って調べよう」を課題とする。

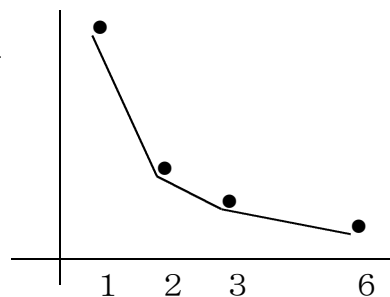
- (4) 少し時間を与えると、表をつくる生徒が多い。一方、表をつくりかけて止まっている生徒も一部いるので、意図的に2刻みの大まかな表を板書する。

x	0	2	4	6	8	10
y	0					24

x = 6, 8 のとき斜線部が台形になるので、台形の面積の求め方を全体で確認しておく。すでに表からグラフをかき始めている生徒もいる。

- (5) グラフ黒板に(4)の表の点をとる。「点の並びようから②になりそうだが、点を直線で結んでいいのか」と問うと、「点を直線で結んでいい」と答えてくる。そこで、「点を直線で結んでいい理由は何か」と問い返すと、多くの生徒は点を直線で結ぶことに疑問を持っていないようすなので、反比例のグラフを例に説明する。

$y = \frac{6}{x}$ の表をつくって、点をとる

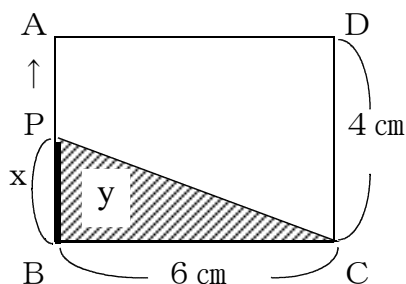


点を直線で結ぶと折れ線になる。
 本当は曲線のはず。
 安易に点を直線で結んではダメ！
 直線にしていいのはどういう場合？
 → 比例か1次関数であること！

直線になっている理由を確かに示すには、式で表す必要があることを強調する。

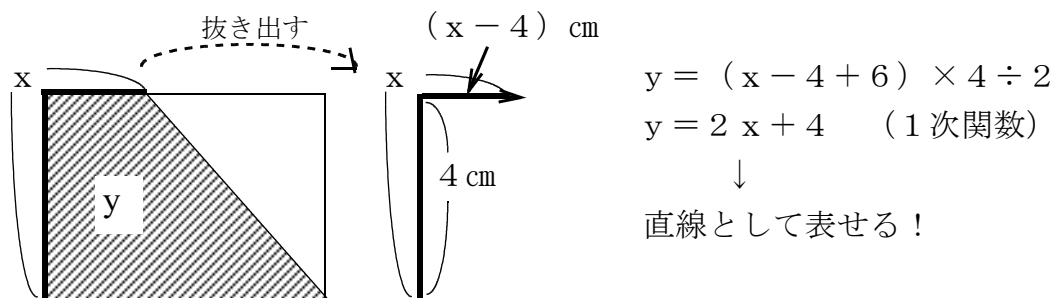
- (6) 点PがB→A→Dのように動いていくとき、1つの式で表すことができるかと問うと、「三角形から台形に変わるからできない」「面積の増え方も違うから式は2つ必要」といった意見が出る。ここで、三角形の場合と台形の場合に分けて考えることを確認する。
- (7) それぞれの場合を、xの変域を使って表すことを確認し、生徒とやり取りしながら次のように式で表して、直線になることを確かめていく。

$0 \leq x \leq 4$ の場合



$y = 6 \times x \div 2$
 $y = 3x$ (比例)
 ↓
 直線として表せる！

$4 \leq x \leq 10$ の場合



(8) グラフ黒板で、2つの式の傾きの値からグラフが山型になることを確認する。
 ここまでのまとめとして次のように板書する。

○グラフでは、表だけから点を結んで直線にしてはダメ。

式で表して、比例や1次関数であることを確認する。

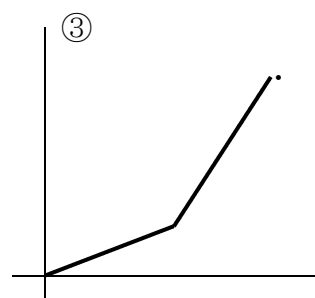
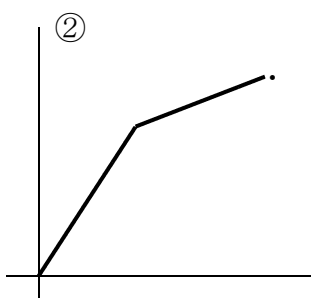
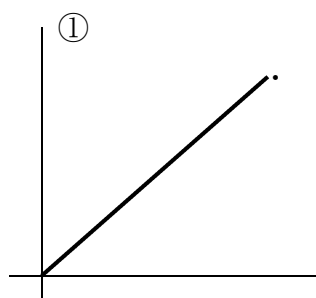
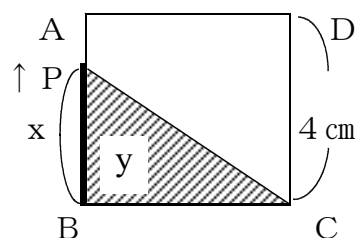
○途中から変化のようすが変わるときは、場合分けをして考える。

(9) 時間に余裕があれば次のような問題に取り組ませる

<問題>

右の図のように、点Pは正方形の辺上を
 $B \rightarrow A \rightarrow D$ のように動いていく。

点PがBから x cm動いたときの斜線部の
 面積を y cm²として、斜線部の面積の变化
 のようすを表したグラフは①~③のどれだ
 ろうか。



予想させると3つに分かれる。表をつくったり、式で表したりして調べ始めるが、式の必要性を確認しておく。三角形 ($0 \leq x \leq 4$) と台形 ($4 \leq x \leq 8$) の場合に分けて式で表してみると、ともに $y = 2x$ となって、一直線のグラフ①になることが分かる。

* 1 簡易動画はマイクロソフトパワーポイントで作成。スライドショーでクリック毎に移動します。

* 2 簡易動画の最後に提示用の問題が掲載してあります。

* この授業例は旭川市立神楽中学校 松林圭一教諭の実践を参考にしました。

文責：鈴木靖典（東神楽町立東神楽中学校）2017. 9