

1年 3章 方程式 「方程式の活用」

1 問題と問題の意図

<問題>

ディオファントスのお墓には、次のような文が刻まれている。

『ディオファントスの少年時代は一生の6分の1，青年時代は一生の12分の1であった。その後，一生の7分の1を独身として過ごしてから，結婚した。彼が結婚してから5年後に子どもが生まれた。その子どもは父の一生の半分だけ生き，父より4年前にこの世を去った。』

ディオファントスは，何歳まで生きてだろうか。

<問題の意図>

この問題は，石碑に刻まれた文から，ディオファントスの人生を読み取るという具体的な事象を扱った興味深い題材である。また，文章を整理して方程式をつくることで，具体的な場面を離れて形式的に処理できるというよさを実感させることもできる。さらに，方程式を解いた後に，その解をもとにディオファントスの人生を考察することで，得られた結果を意味付けたり活用したりしようとする態度を養うことができると考える。なお，本題材は，5社の教科書（教育出版，東京書籍，大日本図書，数研出版，日本文教）で扱われている。

2 本時の目標

具体的な事象の問題を方程式を活用して解決することができる。

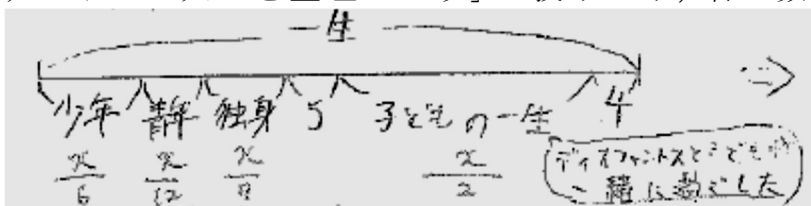
3 授業の流れ

- (1) 大型 TV などにディオファントスの顔写真や石碑などの画像を提示し，問題の背景的な状況をイメージさせる。石碑に刻まれている和訳された文を読みながら問題を提示する。黒板には問題文を模造紙で提示する。また，生徒にはプリントされた問題文を配付する。
- (2) 「ディオファントスは何歳くらい生きてのだろうか？」と問いかけ，直観で予想させる。自由に年齢を発表させると，色々な年齢が出されるが，「50歳くらい」と予想する生徒が多く見られる。
- (3) 「予想したどの年齢が最も近いのだろうか？」「求められそうか？」などと問い返しながらか解決への必要感を高めていく。これに対し，「難しそう」「方程式をつくれればよいのではないか」という反応が見られる。そこで，生徒の発した表現を生かしながらか「方程式をつかってディオ（ファントス）の人生の謎に迫ろう」といった課題を設定する。
- (4) 「何を x にするのか？」と投げかけ，ディオファントスの生涯を x 年とすることを確認し，数分の個人思考の時間を設定する。机間指導で生徒のノートを観察すると，式をつくり始めるが，多くの生徒が

「 $\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x +$ 」と書いたところで、悩んでいる様子が見られる。

- (5) そこで、「困っていることは何か？」と問いかけると、「何分の何と5年後などをどのように式に表せばよいかわからない」「『子どもは父の一生の半分だけ生き』という部分の意味が理解できない」「複雑すぎる」などの疑問点が出される。複雑さを整理する必要性が生じたところで、「ディオファントスの人生を整理しよう」と投げかけ、右の数直線のような図に整理していくことにする。

(授業記録ノートより)



この図をもとに、再度、方程式を考えさせていく。すると、次のような3つの考えが出される。

(その1) $\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x + 5 + \frac{1}{2}x + 4 = x$

(その2) $2(\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x + 5 + 4) = x$ (その3) $\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x + 5 + 4 = \frac{1}{2}x$

まずは(その1)の考えから取り上げ、式の意味を問題文や図と関連付けながら数名の生徒に説明させる。その後、(その2)(その3)の式を発表させると、「なるほど！」などの反応が見られる。この場面では、効率よく式をつくる考えのよさを強調する。

- (6) (その1)～(その3)の中から方程式を選択させて、解かせる。やや複雑な計算であるため、生徒の実態に応じて「両辺に何をかけますか？」などと計算の過程を確認しながら解いていく。最終的に「 $x=84$ 」を導き、ディオファントスは84歳まで生きたことが解決される。

- (7) この場面で、問題の解決過程を振り返らせて、「このような複雑な問題を解決するためのポイントは？」と問いかける。これに対して「方程式を使う」「図を使って問題を整理する」などの考えが出される。方程式を用いることのよさや図に整理することの大切さを伝える。

この後は問題文に戻り、「ディオファントスの少年時代は何年間？」などと問いかけ、ディオファントスの一生について考えさせる。「少年時代は14年間」「この時代の成人は21歳なのか?」「結婚したのは33歳」「子どもは42歳で亡くなった」など、自然と議論が沸き起こり、様々な発見をすることができる。