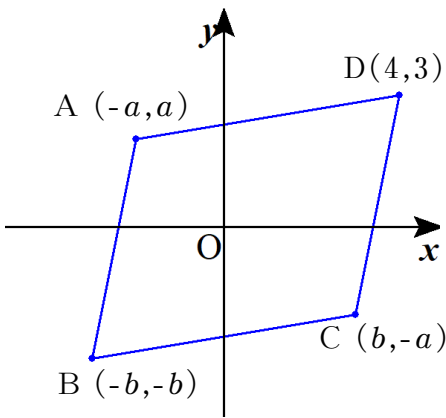


2年5章三角形と四角形 「平行四辺形になるための条件の活用」

1 問題と問題の意図

＜問題＞



4点 A, B, C, D を結んで、
平行四辺形をつくりたい。
このときの a , b の値は？
ただし a , b は正の整数とする。

＜問題の意図＞

「平行四辺形になるための条件」の指導では、証明問題を一方的に説明する授業になりがちであった。そこで、座標平面上で生徒がつくった四角形が平行四辺形になるかどうか、その根拠を問うようにした。①数学が苦手な生徒でも具体的な数をあてはめながら考えられる、②関数の既習内容を活用して問題を解決できる、など生徒が進んで取り組めるよう工夫した。

2 本時の目標

平行四辺形になるための条件を用いて問題を解決することができる。

3 本時の流れ

- (1) まず黒板に座標軸だけを板書する。生徒にもノートに同じように $8\text{ cm} \times 8\text{ cm}$ の座標軸を記入させる。黒板上に3点 A, B, C の位置にマグネットをおき、「アルファベット順に点を結んで平行四辺形をつくりたい。点 D はどの辺りにあると思う？」と問う。すると、多くの生徒が黒板に向かって指差しを行うので、D の位置にマグネットをおき座標 D (4,3) と記入する。その後、「今日の〈問題〉では A, B, C の3つの座標を求めてもらいたい。」と伝え、 a , b を用いた座標を記して、上記のような問題文を板書していく。
- (2) 問題は理解できても、解決に向け、手を動かさない生徒は依然多い。そこで、全体に対して「黒板に記した通り B よりも A の方が点の位置は原点に近いからね」「座標はどれも整数だよ」といった手がかりも確認し、まず個人で考えさせる。
- (3) 少しの時間をとると「地道に具体的な数値を当てはめてやってみよう」という声が聞かれる。グラフ用紙に $a < b$ となる整数の組を1つずつ当てはめて調べていく生徒が出始める。しばらくして教室内で

「(平行四辺形に) なったあ」という声が広がり出し、自分なりの方法で見つけられた様子を見計らって全体で確認していく。

(4) $a=2$, $b=3$ になることを確認した後, 座標黒板に4つのマグネットを置いて, 「この四角形は本当に平行四辺形なの?」「どうして?」と問いかけ, 根拠となる事柄が何であるかを考えさせる。

すぐに, 次のような声があがる。

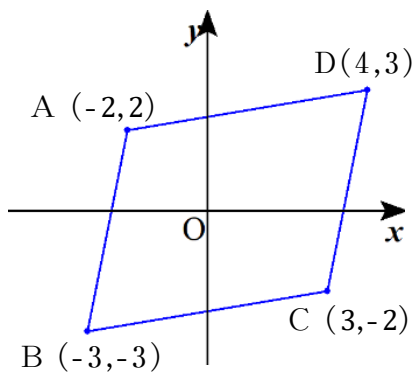
- ・ 2組の対辺がそれぞれ平行である。(定義)
- ・ 2組の対辺がそれぞれ等しい。

それに対して, 「座標軸に平行な辺ならともかく, 斜めの辺が平行であったり長さが等しかったり, とどうして言えるのか?」と問い返し, 少しの時間考えさせる。

1次関数で学習した直線の傾きや, 平行四辺形の各辺を斜辺とする直角三角形に着目して考えようとする「つぶやき」を拾って, 次のような課題を板書する。少し時間を取った後, 生徒とやりとりしながら説明をまとめていく。

● 本当に, 2組の対辺はそれぞれ平行になってる?

→ 2直線の「傾き」をそれぞれ求めて一致していれば平行だ!



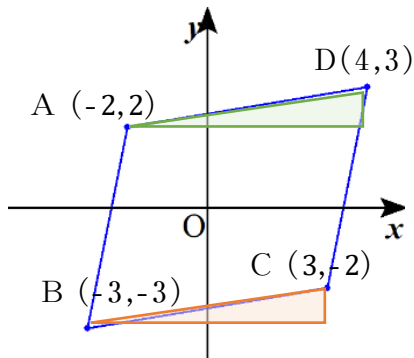
直線 AD の傾きは, $\frac{3-2}{4-(-2)} = \frac{1}{6}$

直線 BC の傾きは, $\frac{-2-(-3)}{3-(-3)} = \frac{1}{6}$

よって $AD \parallel BC$ 同様に $BA \parallel CD$
「2組の対辺がそれぞれ平行」がいえただので四角形 ABCD は平行四辺形である。

● 本当に, 2組の対辺はそれぞれ等しい?

→ 2つの△の合同を示すことができれば長さは等しくなるぞ!



2組の辺とその間の(90°)がそれぞれ等しいので, 二つの三角形は合同である
合同な三角形の対応する辺の長さは等しいので $AD=BC$ 同様に, $BA=CD$
「2組の対辺がそれぞれ等しい」がいえただので四角形 ABCD は平行四辺形である。

なお、傾きの求め方は復習を兼ねて丁寧な説明と記述を心掛けたい。
 (5) 他の考え方を問うと、四角形 ABCD を平行四辺形と仮定し、平行四辺形の性質を利用して a 、 b の値を求める方法が出てくる。

\triangle (green) $\left\{ \begin{array}{l} \text{高さ} : 3-a \\ \text{底辺} : 4+a \end{array} \right.$
 \triangle (orange) $\left\{ \begin{array}{l} \text{高さ} : -a+b \\ \text{底辺} : 2b \end{array} \right.$

それぞれの長さが同じになるので

$$\left\{ \begin{array}{l} 3-a = -a+b \\ 4+a = 2b \end{array} \right. \text{ から } \left\{ \begin{array}{l} a = 2 \\ b = 3 \end{array} \right.$$

AC の中点 BD の中点
 $\left(\frac{-a+b}{2}, \frac{-a+a}{2} \right) = \left(\frac{-b+4}{2}, \frac{-b+3}{2} \right)$

AC の中点である $\left\{ \begin{array}{l} a = 2 \\ b = 3 \end{array} \right.$
 y 座標が 0 だから

これらの求め方はやや難しいので、生徒から発表があれば紹介程度の扱いでもよいと考える。

本実践では、2 つとも発表があった。理解を促すために周りの生徒と疑問点を話し合わせたり、特に中点の求め方については教師が具体的な数値を用いて補足説明する必要があるだろう。

(6) 次のような練習問題に取り組む。

四角形 ABCD は平行四辺形である。次の？の座標 (m, n) をそれぞれ求めなさい。

文責：鈴木靖典（東神楽町立東神楽中学校）2019.7